

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ – ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

1. Να βρεθεί ο $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{2x + 5\kappa - 4}$ να έχει πεδίο ορισμού $A = [-6, +\infty)$
2. Αν $f(x) = x^3 - \frac{1}{x^3}$, τότε να δείξετε ότι $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$
3. Αν $f(x) = \frac{1}{1-x}$, τότε να δείξετε ότι $f(f(f(x))) = x$
4. ι) Αν $f(x) = 2x^2 + x + 1$, τότε να δείξετε ότι $f\left(\frac{a+\beta}{2}\right) \leq \frac{f(a) + f(\beta)}{2}$
ιι) Αν $f(x) = \sqrt{x}$, τότε να δείξετε ότι $f\left(\frac{a+\beta}{2}\right) \geq \frac{f(a) + f(\beta)}{2}$
5. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $f(2-x) = 2x + 6 - f(2008)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
 - a. Να υπολογιστεί το $f(2008)$
 - b. Να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης f
6. ι) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 3a, & \alpha\nu x \geq 4 \\ -2x + a, & \alpha\nu x \leq 4 \end{cases}$. Να βρεθεί ο αριθμός a

ιι) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} ax + 2\beta, & \alpha\nu x \leq 5 \\ -x + 4, & \alpha\nu x \geq 5 \end{cases}$.
Αν $f(3) = 9$, να βρεθούν τα a και β

7. Να βρεθεί ο αριθμός $x \in \mathbb{R}$ ώστε η απόσταση των σημείων $A(3,2)$ και $B(x,x)$ να είναι ίση με 5
8. Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει
$$f(x+y) = f(x) + f(y), \text{ για κάθε } x, y \in \mathbb{R}$$

Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από την αρχή των αξόνων
9. Αν η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^4 + 5x^3 + 6$ διέρχεται από το σημείο $K(-1,4)$ τότε να δείξετε ότι διέρχεται και από το σημείο $\Lambda(-2,14)$
10. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από την γραφική παράσταση της g , όταν:
- $f(x) = 6x - 3$ και $g(x) = x + 2$
 - $f(x) = |x+1| - 2$ και $g(x) = x + 4$
11. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δυο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου και $M(x, y)$ σημείο του AB , να δείξετε ότι το σημείο $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ είναι μέσο του τμήματος AB .